編者的話

本期專訪 Russel Caflisch 教授。他的研究涵蓋應用數學諸多領域, 對蒙地卡羅方法、水平集方法及計算金融做出了卓越貢獻。他曾擔任加州大學洛杉磯分校 IPAM 主任, 自 2017 年起擔任紐約大學 Courant 研究所所長。憑藉豐厚的學識與經歷, 他分析了多個領域, 分享了跨學科合作的經驗, 介紹了 Courant 研究所在數學教育方面的變革, 並評析了數學在 AI 發展中的重要性及因應之道。

近年來 Caflisch 教授研究電漿及核融合科學。固體、液體和氣體之外, 電漿是恆星中最常見的第四種物質狀態。製造及控制電漿是發展核融合反應器的關鍵。輕元素的融合模擬恆星內部情況。Tokamak 反應器形如甜甜圈, 利用周圍的磁場將電漿約束在內部。目前的一項挑戰是, 必須保持足夠的熱量來維持反應, 同時要保護反應器的外壁不受損壞。電腦模擬、多尺度分析、基於偏微分方程的優化、大域優化及機器學習的最新進展, 已帶來了變革性影響。但對於電漿動力學及相關傳輸過程的理解, 仍然存在巨大挑戰。

愛因斯坦在 1915 年提出廣義相對論的方程式, 描述大質量物體導致的曲率。然而該理論並未提供確定物體質量的方法。物體在時空中旋轉的角動量更難定義。直到 1950 年代末, Arnowitt、Deser 及 Misner 才提出質量的第一個嚴格定義。他們從無限遠的地方觀察孤立物體的質量, 其時空幾乎是平坦的。然而, 對於有限區域內的質量, 即所謂的準局部質量, 該方法未能估算。2008 年, 王慕道教授及丘成桐教授提出了一個準局部質量的定義。2015 年, 他們和陳泊寧教授定義了準局部角動量。之後王業凱教授加入研究團隊, 四人於 2022 年提出了新的角動量定義。此定義具有超平移不變性, 與觀察者的位置或坐標系選取無關, 因此解決了超平移歧義。據此定義, 觀察者可以測量旋轉物體產生的重力波, 並計算出這些重力波從物體帶走的角動量。王慕道教授在演講中介紹了研究的歷史背景及發展前景。

1925 年 7 月, 海森堡草創現今所稱的海森堡測不準原理, 被認爲是現代量子力學的開端。聯合國因此宣布 2025 年爲國際量子科學技術年。適逢其時, 謝南瑞教授推出一系列文章介紹量子力學的機率架構。本期推廣上期介紹的 Max Born 法則, 並將量子量測定義爲仿射變換, 由「態」的集合映射至「量測之可能值」的集合上的機率分佈, 其機率值爲某么元分解作用於態之後的 trace。

希臘先賢創建推理幾何學, 由兩個基本性質, 即一條直線把平面分割成兩個半面及 S.A.S. 三角形疊合條件, 可以導出所有推論。Thales 體認到等腰三角形的反射對稱性, 從而由 S.A.S. 論證 S.S.S.。而由於未能推導出三角形內角和定理, 先賢們引入了平行公理。項武義教授推導出三角形內角和的兩個定理, 並期勉學子重訪定性平面幾何, 體會邏輯推理以簡御繁的威力。

數學傳播電子版網址:

https://www.math.sinica.edu.tw/mathmedia

梁惠禎
2025 年 3 月

數學傳播 193 第四十九卷 第一期

目錄

有朋自遠方來——
　　專訪 Russel Caflisch 教授 ························ 3

廣義相對論中的數學理論 ··················· 王慕道 院士 16

重訪古希臘, 推理定性平面幾何學之創建
　　與理性文明之啓蒙 ························ 項武義 27

機率學者看量子力學 (二) ························ 謝南瑞 43

矩陣與不等式——
　　創作一個屬於你自己的專屬不等式 · 林福林 · 林子喬 50

Abel 不可約定理及其應用 ······················ 林開亮 58

四邊形的蝴蝶定理 ···· 辛佳佑 · 廖昱喆 · 陳威廷 · 楊玉星 69

一個由指數函數加總的函數之探討
　　························ 張庭毓 · 盧彥綾 · 林珈伃 80

$3x+1$ 猜想與 $x\pm 1$ 定理 ·············· 梁培基 · 梁 欽 96